

SZCZEGÓLNA TEORIA WZGLĘDNOŚCI

1. Współrzędne przestrzenno-czasowe (x, y, z, t) inercjalnego układu odniesienia S są związane ze współrzędnymi (x', y', z', t') układu S' poruszającego się ze stałą prędkością $v > 0$ wzdłuż osi OX (układ S) transformacją Lorentza

$$x' = \gamma(x - vt) \quad , \quad y' = y \quad , \quad z' = z \quad , \quad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

gdzie $\gamma = 1/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$. Przyjmijmy, że czas własny eksperymentu zmierzony w ustalonym (tym samym) punkcie przestrzeni układu S wynosi Δt . Jaki będzie wyniki pomiaru czasu tego samego eksperymentu w układzie S' ? Weźmy z kolei pod uwagę linijkę spoczywającą w układzie S . Jej długość wyznaczona wzdłuż osi x tego układu to l_0 . Jaką długość tej samej linijki wyznaczy obserwator z układu S' ? Rezultaty należy otrzymać w oparciu o transformacje Lorentza, a nie przeprowadzając eksperymenty myślowe.

2. Długość statku kosmicznego zmierzona w układzie, w którym on spoczywa wynosi 120m. Jaką długość statku określi obserwator, względem którego statek porusza się z prędkością $0.99c$?

3. Trójkąt ma kształt i rozmiary jak na Rys. 1. Jaki będzie kształt tej figury w układzie poruszającym się względem podstawy trójkąta z prędkością $0.9c$?

4. Inercjalny układ odniesienia S' porusza się z prędkością v w prawo wzdłuż osi OX układu S . Pokazać, że jeśli zmierzona w układzie S prędkość cząstki wynosi $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$, to prędkość tej cząstki wyznaczona w układzie K' jest określona równaniami:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad , \quad u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)} \quad , \quad u'_z = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}$$

5. Korzystając z wyniku poprzedniego zadania wykazać stałość prędkości światła.

6. Dwie cząstki zbliżają się do siebie z prędkościami $v_1 = 0.9c$ i $v_2 = 0.8c$ wyznaczonymi w nieruchomym układzie odniesienia (Rys. 2). Znaleźć prędkość względną cząstek, oraz czas, po którym się zderzą, jeśli początkowa odległość między nimi w układzie nieruchomym wynosiła l i w tym układzie cząstki jednocześnie rozpoczęły ruch.

7. Czy można znaleźć taki układ odniesienia, w którym Chrystus Polski i bitwa pod Grunwaldem zaszłyby : a) w tym samym miejscu, b) w tym samym czasie?

8. Wykazać, że wyrażenia $c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ oraz $(c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$ są niezmiennicze względem transformacji Lorentza.

